G. Green
Geometrie
13-Jun-2015

Über den Faßkreis und den Thales-Kreis

Die Sehne des Kreises in Abb. 1 zwischen A und B erscheint vom Mittelpunkt M unter einem Winkel ν.

Behauptung:

Von jedem Punkt C auf dem Kreis zwischen B und A erscheint sie unter dem dem halb so großen Winkel $\gamma = \nu/2$.

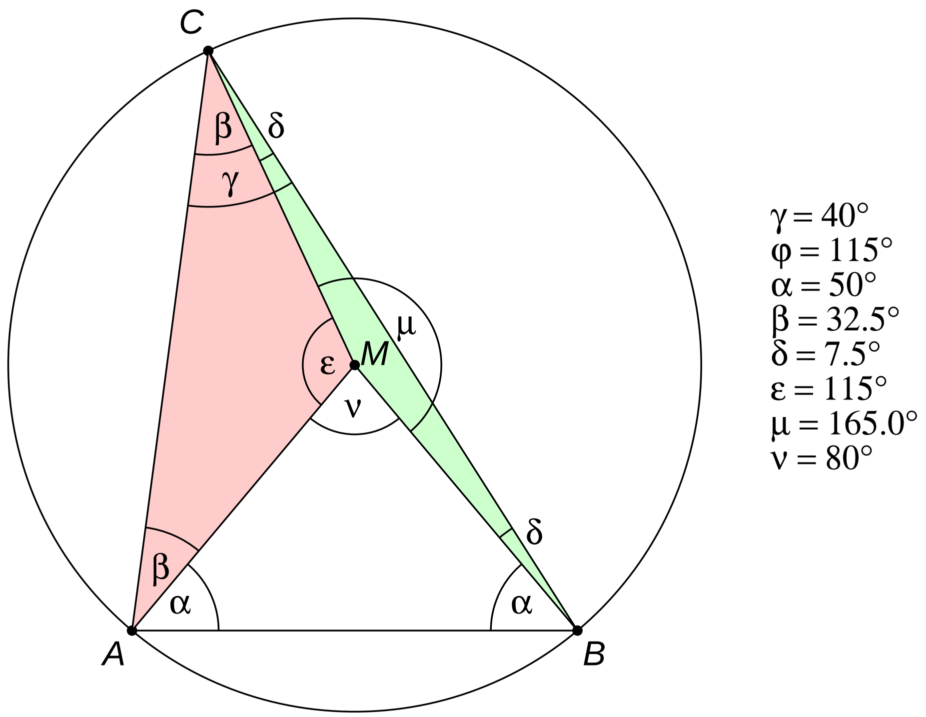

Abbildung 1: Beispiel eines Faßkreises: Die Sehne AB erscheint vom Mittelpunkt M aus unter dem Winkel ν und von jedem Punkt C auf dem Kreis unter dem Winkel $\gamma = \nu/2$.

Beweis:

Die in Abb. 1 farbig markierten Dreiecke sind gleichschenklig, weil je zwei Seiten so lang wie ein Kreisradius sind. Deshalb haben sie an den Eckpunkten auf dem Kreis je zwei gleiche Winkel.

Bei Punkt C gilt für die Winkel

$$\gamma = \beta + \delta. \tag{1}$$

Beim Mittelunkt M gilt

$$\nu + \varepsilon + \mu = 360^\circ. \tag{2}$$

Im Dreieck AMC ist

$$\varepsilon = 180^\circ - 2\beta. \tag{3}$$

Im Dreieck BCM ist

$$\mu = 180^\circ - 2\delta. \tag{4}$$

Damit wird (mit Hinweisen auf die verwendeten Gleichungen)

$$\underbrace{\nu}_{(2)} = 360^\circ - \underbrace{\varepsilon}_{(3)} - \underbrace{\mu}_{(4)} = 2\underbrace{(\beta + \delta)}_{(1)} = 2\gamma, \tag{5}$$

was zu beweisen war.

Wenn die Endpunkte A und B der Sehne aufwärtswandern, dann vergrößert sich der Mittelpunktswinkel ν. Speziell kann er 180° werden. Dann wird die Sehne zum Durchmesser, der Faßkreis wird zum Thales-Kreis, und jedem Punkt auf dem Thales-Kreis erscheint der Durchmesser unter 90°.

Wandern die Sehnenendpunkte noch weiter, dann steigt auch der Mittelpunktswinkel ν über 90° weiter bis maximal 360° an.